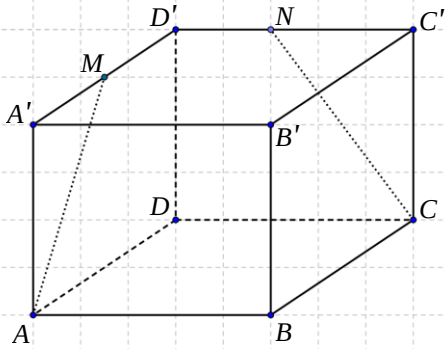
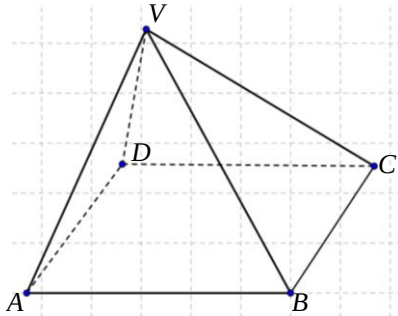


Testul 1

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. (30 de puncte)	
5p	1. Dintre următoarele seturi de numere, cel scris în ordine crescătoare este: a) $\sqrt{\frac{7}{2}}; \sqrt{2,5}; (-\sqrt{4})^2; 2\sqrt{1,25}$ b) $\sqrt{2,5}; \sqrt{\frac{7}{2}}; (-\sqrt{4})^2; 2\sqrt{1,25}$ c) $\sqrt{2,5}; 2\sqrt{1,25}; \sqrt{\frac{7}{2}}; (-\sqrt{4})^2$ d) $2\sqrt{1,25}; \sqrt{2,5}; \sqrt{\frac{7}{2}}; (-\sqrt{4})^2$
5p	2. Numărul $(\sqrt{6} - 2)^2 + (2\sqrt{2} + \sqrt{3})^2$ aparține mulțimii: a) $\mathbb{N}$ b) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ c) $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$ d) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$
5p	3. Numărul m, pentru care ecuațiile $-8 + 3x = -11$ și $2x + m = 3x + 10$ sunt echivalente, este: a) $\underline{-7}$ b) $\underline{7}$ c) $\underline{-9}$ d) $\underline{9}$
5p	4. Dacă $(x, y) \in A \times B$ și $x + xy = -4$, unde A și B sunt submulțimi de numere întregi, atunci suma modulelor elementelor mulțimii B poate fi cel mult egală cu: a) $\underline{8}$ b) $\underline{12}$ c) $\underline{14}$ d) $\underline{16}$
5p	5. Se consideră expresia algebrică $E(x) = \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2 + x} + \frac{1}{x^3 - x^2} \right) : \frac{1}{x^2 - 1}$. Atunci $E(x) = 2$ dacă și numai dacă: a) $\underline{x \in \emptyset}$

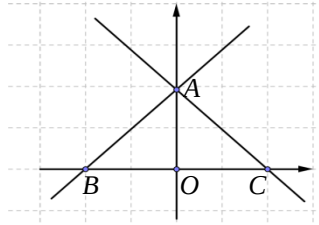
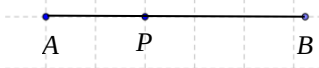
	b) $x \in \mathbb{R}$ c) $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$ d) $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$	
5p	6. În figura alăturată este reprezentat <i>poligonul frecvențelor</i> notelor obținute de elevii la un test de matematică. Numărul elevilor care au participat la test este egal cu: a) 49 b) 24 c) 30 d) 25	
SUBIECTUL al II-lea Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. (30 de puncte)		
5p	1. Fie $\angle AOB$ și $\angle COB$ două unghiuri adiacente suplementare și semidreapta OM bisectoarea unghiului $\angle BOC$. Dacă $\angle AOB = 50^\circ$ și ON este semidreapta opusă semidreptei OM, atunci: a) OB este bisectoarea unghiului $\angle AOM$ b) OA este bisectoarea unghiului $\angle BON$ c) $\angle MOB = 60^\circ$ d) $\angle AON = 65^\circ$	
5p	2. În figura alăturată se știe că $OA \parallel BC$, $\angle AOB = 55^\circ$, $\angle COB = 65^\circ$. Atunci: a) $\angle OBC = 65^\circ$ b) $\angle COE = 55^\circ$ c) $\angle DCO = 2 \cdot \angle BCO$ d) $\angle OBC = 65^\circ$	
5p	3. Figura alăturată reprezintă schematic aleile unui parc. Alexandru pleacă cu trotineta din punctul B și parcurge traseul $A - M - N - C$. Știind că unghiul $\angle ABC$ este drept $AB = 400$ m, $BC = 300$ m, $AM = 75$ m și $MN \parallel BC$ rezultă că lungimea traseului parcurs de Alexandru este: a) sub 900 de metri b) exact de 900 de metri c) exact de 950 de metri d) peste 950 de metri	
5p	4. În figura alăturată $AD \perp BC$. Dacă $AD = 3$ m, $BD = 4$ m și $DC = 2,25$ m atunci: a) $\angle ABD > \angle CAD$ b) $\angle ABD < \angle CAD$ c) $\angle BAC = 90,50^\circ$ d) $\angle BAD = \angle ACD$	
5p	5. Se consideră cubul $ABCD A'B'C'D'$ și punctele: $M \in A'D'$ astfel încât $A'M \equiv MD'$ și $N \in D'C'$ astfel încât $D'N \equiv NC'$. Atunci: a) dreptele AM și CN nu se intersectează b) dreptele AN și CM nu se intersectează	

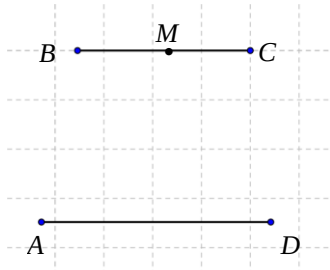
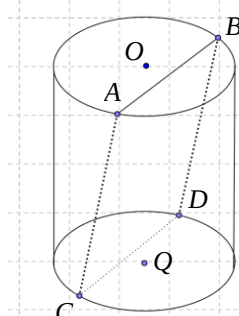
	c) <u>notând $AM \cap CN = \{V\}$ și $AN \cap CM = \{P\}$, rezultă că $VMNP$ este o piramidă</u> d) <u>notând $AM \cap CN = \{V\}$ și $AN \cap CM = \{P\}$, rezultă că V, M, N, P sunt puncte coplanare.</u>	
5p	6. Piramida patrulateră regulată $VABCD$, cu baza $ABCD$, are toate muchiile congruente. Fie AE bisectoarea unghiului VAB, $E \in VB$. Dacă $AE = 3\sqrt{2}$ cm, atunci lungimea muchiei AB este egală cu : a) <u>3 cm</u> b) <u>4 cm</u> c) <u>5 cm</u> d) <u>6 cm</u>	

SUBIECTUL al III-lea

Scrieți rezolvările complete.

(30 de puncte)

	1. Uzina de Automobile Dacia-Renault a fabricat într-un an, în trei etape, 315000 de automobile. În prima etapă, a fabricat 30% din numărul total de automobile, iar în a doua etapă a fabricat, cu 47250 de automobile mai mult decât în prima etapă. (3p) a) Exprimați, în procente, numărul de autoturisme fabricate în a doua etapă. (2p) b) Demonstrați că numărul autoturismelor fabricate în a treia etapă este egal cu un sfert din numărul de automobile fabricate în cele trei etape.	
	2. Se consideră expresia algebrică $E(x) = (x-1) \left[(x-1)^2 - (\sqrt{3})^2 \right]$. (2p) a) Arată că $E(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ (3p) b) Arătați că descompunerea în factori a expresiei algebrice $x^3 - 3x^2 + 2$ este $(x-1)(x-a)(x-b)$, unde $a = 1 - \sqrt{3}$ și $b = 1 + \sqrt{3}$	
	3. Reprezentările geometrice ale graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -x + 2$, în același sistem de axe ortogonale, sunt cele din figura alăturată. (2p) a) Aflați numerele naturale n pentru care $f(n) \cdot g(n)$ este număr natural. (3p) b) Demonstrați că $AB \perp AC$	
	4. Pe o bară metalică AB, parte a unei construcții, se amplasează un bec electric într-un punct P. Din rațiuni estetice, punctul P este ales pe segmentul AB astfel încât $\frac{AB}{PB} = \frac{PB}{AP}$. (2p) a) Să se afle valoarea raportului $\frac{PB}{AP}$.	

	(3p) b) Dacă $AP = 2$ m, să se calculeze lungimea segmentului AP cu aproximație prin adaos la întregi.
5. În figura alăturată sunt reprezentate două segmente AD și CB care nu sunt congruente, iar dreptele AD și CB sunt paralele. (2p) a) Dreptele AB și CD sunt paralele? Justificați răspunsul. (3p) b) Dacă $BC = CD = 4$ cm, M este mijlocul lui BC, $MA \equiv MD$ și $\angle ADC = 60^\circ$, calculați lungimea segmentului AD.	
6. În desenul alăturat este reprezentat un cilindru circular drept, iar AB și CD sunt coarde paralele și congruente. (2p) a) Demonstrați că $ABCD$ este un dreptunghi. (2p) b) Se știe că raza bazei cilindrului și coarda AB au lungimile egale cu 12 cm, iar $AD = 24$ cm. Calculați înălțimea cilindrului.	



răspuns corect - 5p

Revino la:

SUBIECTUL 1.[1](#)
SUBIECTUL 1.[4](#)

SUBIECTUL 1.[2](#)
SUBIECTUL 1.[5](#)

SUBIECTUL 1.[3](#)
SUBIECTUL 1.[6](#)

SUBIECTUL 2.[1](#)
SUBIECTUL 2.[4](#)

SUBIECTUL 2.[2](#)
SUBIECTUL 2.[5](#)

SUBIECTUL 2.[3](#)
SUBIECTUL 2.[6](#)



răspuns greșit -0p

Revino la:

SUBIECTUL 1.[1](#)

SUBIECTUL 1.[4](#)

SUBIECTUL 1.[2](#)

SUBIECTUL 1.[5](#)

SUBIECTUL 1.[3](#)

SUBIECTUL 1.[6](#)

SUBIECTUL 2.[1](#)

SUBIECTUL 2.[4](#)

SUBIECTUL 2.[2](#)

SUBIECTUL 2.[5](#)

SUBIECTUL 2.[3](#)

SUBIECTUL 2.[6](#)

Studiază rezolvarea fiecărui subiect și compară cu rezolvarea ta

1.1. Rezolvarea subiectului.....8

1. Dintre următoarele seturi de numere, cel scris în ordine crescătoare este:

a) $\sqrt{\frac{7}{2}}$; $\sqrt{2,5}$; $(-\sqrt{4})^2$; $2\sqrt{1,25}$

b) $\sqrt{2,5}$; $\sqrt{\frac{7}{2}}$; $(-\sqrt{4})^2$; $2\sqrt{1,25}$

c) $\sqrt{2,5}$; $2\sqrt{1,25}$; $\sqrt{\frac{7}{2}}$; $(-\sqrt{4})^2$

d) $2\sqrt{1,25}$; $\sqrt{2,5}$; $\sqrt{\frac{7}{2}}$; $(-\sqrt{4})^2$

.....8

1.2. Rezolvarea subiectului.....8

2. Numărul $(\sqrt{6}-2)^2 + (2\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$ aparține mulțimii:

a) $\mathbb{N}$

b) $\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}$

c) $\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$

d) $\mathbb{Z}\setminus\mathbb{N}$

.....8

1.3. Rezolvarea subiectului.....8

3. Numărul m , pentru care ecuațiile $-8 + 3x = -11$ și $2x + m = 3x + 10$ sunt echivalente, este:

a) -7

b) 7

c) -9

d) 9

.....8

1.4. Rezolvarea subiectului.....9

4. Dacă $(x, y) \in A \times B$ și $x + xy = -4$, unde A și B sunt submulțimi de numere întregi, atunci suma modulelor elementelor mulțimii B poate fi cel mult egală cu:

a) 8

b) 12

c) 14

d) 16

.....9

1.5. Rezolvarea subiectului.....9

5. Se consideră expresia algebrică $E(x) = \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{x^3-x^2} \right) : \frac{1}{x^2-1}$. Atunci

$E(x) = 2$ dacă și numai dacă:

a) $x \in \emptyset$ 9

b) $x \in \mathbb{R}$

c) $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$

d) $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$ 9

1.6. Rezolvarea subiectului.....10

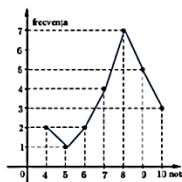
6. În figura alăturată este reprezentat *poligonul frecvențelor* notelor obținute de elevii la un test de matematică. Numărul elevilor care au participat la test este egal cu:

a) 49

b) 24

c) 30

d) 25



2.1. Rezolvarea subiectului.....10

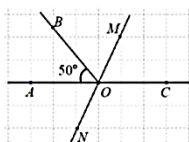
1. Fie AOB și COB două unghiuri adiacente suplementare și semidreapta OM bisectoarea unghiului BOC . Dacă $\angle AOB = 50^\circ$ și ON este semidreapta opusă semidreptei OM , atunci:

a) OB este bisectoarea unghiului AOM

b) OA este bisectoarea unghiului BON

c) $\angle MOB = 60^\circ$

d) $\angle AON = 65^\circ$



2.2. Rezolvarea subiectului.....10

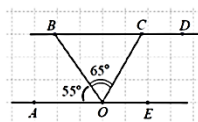
2. În figura alăturată se știe că $OA \parallel BC$, $\angle AOB = 55^\circ$, $\angle COB = 65^\circ$. Atunci:

a) $\angle OBC = 65^\circ$

b) $\angle COE = 55^\circ$

c) $\angle DCO = 2 \cdot \angle BCO$

d) $\angle OBC = 65^\circ$



2.3. Rezolvarea subiectului.....11

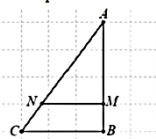
3. Figura alăturată reprezintă schematic aleile unui parc. Alexandru pleacă cu troinetă din punctul B și parcurge traseul $A - M - N - C$. Știind că unghiul ABC este drept $AB = 400$ m, $BC = 300$ m, $AM = 75$ m și $MN \parallel BC$ rezultă că lungimea traseului parcurs de Alexandru este:

a) sub 900 de metri

b) exact de 900 de metri

c) exact de 950 de metri

d) peste 950 de metri



2.4. Rezolvarea subiectului.....11

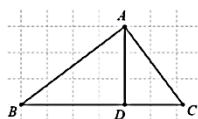
4. În figura alăturată $AD \perp BC$. Dacă $AD = 3$ m, $BD = 4$ m și $DC = 2,25$ m atunci:

a) $\angle ABD > \angle CAD$

b) $\angle ABD < \angle CAD$

c) $\angle BAC = 90,50^\circ$

d) $\angle BAD = \angle ACD$



2.5. Rezolvarea subiectului.....12

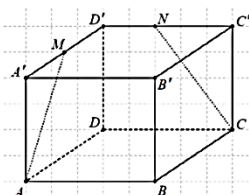
5. Se consideră cubul $ABCD A' B' C' D'$ și punctele: $M \in A'D'$ astfel încât $A'M \equiv MD'$ și $N \in D'C'$ astfel încât $D'N \equiv NC'$. Atunci:

a) dreptele AM și CN nu se intersectează

b) dreptele AN și CM nu se intersectează

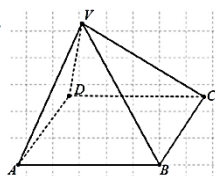
c) notând $AM \cap CN = \{I\}$ și $AN \cap CM = \{P\}$, rezultă că I, M, N, P este o piramidă

d) notând $AM \cap CN = \{I\}$ și $AN \cap CM = \{P\}$, rezultă că I, M, N, P sunt puncte coplanare.



2.6. Rezolvarea subiectului.....12

6. Piramida patrulateră regulată $VABCD$, cu baza $ABCD$, are toate muchiile congruente. Fie AE bisectoarea unghiului VAB , $E \in VB$. Dacă $AE = 3\sqrt{2}$ cm, atunci lungimea muchiei AB este egală cu :
- a) 3 cm
b) 4 cm
c) 5 cm
d) 6 cm



3.1. Rezolvarea subiectului.....13

1. Uzina de Automobile Dacia-Renault a fabricat într-un an, în trei etape, 315000 de automobile. În prima etapă, a fabricat 30% din numărul total de automobile, iar în a doua etapă a fabricat, cu 47250 de automobile mai mult decât în prima etapă.

(3p) a) Exprimați, în procente, numărul de autoturisme fabricate în a doua etapă.

(2p) b) Demonstrați că numărul autoturismelor fabricate în a treia etapă este egal cu un sfert din numărul de automobile fabricate în cele trei etape.

3.2. Rezolvarea subiectului.....13

2. Se consideră expresia algebrică $E(x) = (x-1)\left[(x-1)^2 - (\sqrt{3})^2\right]$.

(2p) a) Arată că $E(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

(3p) b) Arătați că descompunerea în factori a expresiei algebrice

$x^3 - 3x^2 + 2$ este $(x-1)(x-a)(x-b)$, unde $a = 1 - \sqrt{3}$ și $b = 1 + \sqrt{3}$

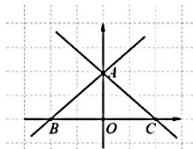
3.3. Rezolvarea subiectului.....14

3. Reprezentările geometrice ale graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$,

$g(x) = -x + 2$, în același sistem de axe ortogonale, sunt cele din figura alăturată.

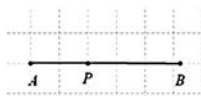
(2p) a) Aflați numerele naturale n pentru care $f(n) \cdot g(n)$ este număr natural.

(3p) b) Demonstrați că $AB \perp AC$



3.4. Rezolvarea subiectului.....14

4. Pe o bară metalică AB , parte a unei construcții, se amplasează un bec electric într-un punct P . Din rațiuni estetice, punctul P este ales pe segmentul AB astfel încât $\frac{AB}{PB} = \frac{PB}{AP}$.

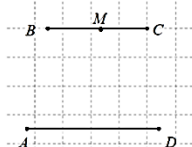


(2p) a) Să se afle valoarea raportului $\frac{PB}{AP}$.

(3p) b) Dacă $AP = 2$ m, să se calculeze lungimea segmentului AP cu aproximație prin adaos la întregi.

3.5. Rezolvarea subiectului.....15

5. În figura alăturată sunt reprezentate două segmente AD și CB care nu sunt congruente, iar dreptele AD și CB sunt paralele.



(2p) a) Dreptele AB și CD sunt paralele? Justificați răspunsul.

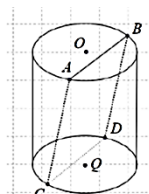
(3p) b) Dacă $BC = CD = 4$ cm, M este mijlocul lui BC , $MA \equiv MD$ și $\angle ADC = 60^\circ$, calculați lungimea segmentului AD .

3.6. Rezolvarea subiectului.....15

6. În desenul alăturat este reprezentat un cilindru circular drept, iar AB și CD sunt coarde paralele și congruente.

(2p) a) Demonstrați că $ABCD$ este un dreptunghi.

(2p) b) Se știe că raza bazei cilindriului și coarda AB au lungimi egale cu 12 cm, iar $AD = 24$ cm. Calculați înălțimea cilindriului.



Cunoștințe teoretice folosite la rezolvarea subiectelor.....17

1.1. Rezolvarea subiectului

1. Dintre următoarele seturi de numere, cel scris în ordine crescătoare este:

- a) $\sqrt{\frac{7}{2}}; \sqrt{2,5}; (-\sqrt{4})^2; 2\sqrt{1,25}$
b) $\sqrt{2,5}; \sqrt{\frac{7}{2}}; (-\sqrt{4})^2; 2\sqrt{1,25}$
c) $\sqrt{2,5}; 2\sqrt{1,25}; \sqrt{\frac{7}{2}}; (-\sqrt{4})^2$
d) $2\sqrt{1,25}; \sqrt{2,5}; \sqrt{\frac{7}{2}}; (-\sqrt{4})^2$

Deoarece

$$(-\sqrt{4})^2 = (\sqrt{4})^2 = 4, \sqrt{\frac{7}{2}} = \sqrt{3,5} \text{ și } 2\sqrt{1,25} = \sqrt{4 \cdot 1,25} = \sqrt{5}$$

pătratele numerelor $(-\sqrt{4})^2; \sqrt{\frac{7}{2}}; \sqrt{2,5}; 2\sqrt{1,25}$ sunt 4; 3,5; 2,5 și respectiv 5.

Dar

$$2,5 < 3,5 < 4 < 5 \Rightarrow \sqrt{2,5} < \sqrt{\frac{7}{2}} < (-\sqrt{4})^2 < 2\sqrt{1,25}. \text{ Răspuns corect b)}$$

1.2. Rezolvarea subiectului

2. Numărul $(\sqrt{6}-2)^2 + (2\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$ aparține mulțimii:

- a) $\mathbb{N}$
b) $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$
c) $\mathbb{Q} \setminus \mathbb{Z}$
d) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{N}$

Efectuând calculele rezultă succesiv:

$$(\sqrt{6}-2)^2 + (2\sqrt{6}+2)^2 = 6 - 4\sqrt{6} + 4 + 8 + 4\sqrt{6} + 3 = 21 \in \mathbb{N}. \text{ Răspuns corect c)}$$

1.3. Rezolvarea subiectului

3. Numărul m , pentru care ecuațiile $-8 + 3x = -11$ și $2x + m = 3x + 10$ sunt echivalente, este:

- a) $\frac{-7}{2}$
b) $\frac{7}{2}$
c) $\frac{-9}{2}$
d) $\frac{9}{2}$

Rezolvăm în $\mathbb{R}$ ecuația $-8 + 3x = -11$:

$$\begin{aligned} 3x &= -11 + 8 \\ 3x &= -3 \\ x &= -1 \end{aligned}$$

Din [definiția ecuațiilor echivalente](#) rezultă că ecuația $2x + m = 3x + 10$, definită pe $\mathbb{R}$, este echivalentă cu ecuația $-8 + 3x = -11$ dacă numai dacă are soluția -1 . Atunci:

$$2 \cdot (-1) + m = 3 \cdot (-1) + 10 \Rightarrow -2 + m = -3 + 10 \Rightarrow m = 9. \text{ Răspuns corect d)}$$

1.4. Rezolvarea subiectului

4. Dacă $(x, y) \in A \times B$ și $x + xy = -4$, unde A și B sunt submulțimi de numere întregi, atunci suma modulelor elementelor mulțimii B poate fi cel mult egală cu:

a) $\frac{8}{12}$
b) $\frac{12}{14}$
c) $\frac{14}{16}$
d) $\frac{16}{16}$

$$(x, y) \in A \times B \text{ și } x + xy = -4 \Rightarrow x \in \mathbb{Z}, y \in \mathbb{Z} \text{ și } x(1 + y) = -4$$

Rezultă următoarele posibilități:

$$\left. \begin{array}{l} x = -1 \text{ și } 1 + y = 4 \\ x = 1 \text{ și } 1 + y = -4 \\ x = -2 \text{ și } 1 + y = 2 \\ x = 2 \text{ și } 1 + y = -2 \\ x = -4 \text{ și } 1 + y = 1 \\ x = 4 \text{ și } 1 + y = -1 \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x = -1 \text{ și } y = 3 \\ x = 1 \text{ și } y = -5 \\ x = -2 \text{ și } y = 1 \\ x = 2 \text{ și } y = -3 \\ x = -4 \text{ și } y = 0 \\ x = 4 \text{ și } y = -2 \end{array} \right.$$

Prin urmare:

$$(x, y) \in A \times B \text{ și } x + xy = -4 \Rightarrow x \in A, y \in B \text{ și } (x, y) \in \{(-1, 3), (1, -5), (-2, 1), (2, -3), (-4, 0), (4, -2)\}.$$

Rezultă că

$$A \subset \{-4, -2, -1, 1, 2, 4\} \text{ și } B \subset \{-5, -3, -2, 0, 1, 3\}.$$

Atunci suma modulelor elementelor mulțimii B poate fi cel mult egală cu

$$|-5| + |-3| + |-2| + |0| + |1| + |3| = 14. \text{ Răspuns corect c)}$$

1.5. Rezolvarea subiectului

5. Se consideră expresia algebrică $E(x) = \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2 + x} + \frac{1}{x^3 - x^2} \right) : \frac{1}{x^2 - 1}$. Atunci $E(x) = 2$ dacă și numai dacă:

a) $x \in \emptyset$
b) $x \in \mathbb{R}$
c) $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 1\}$
d) $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$

Se descompun numitorii:

$$x^2 = x^2; x^2 + x = x(x + 1) \text{ și } x^3 - x^2 = x^2(x - 1).$$

Ținând cont că $x^2(x + 1)(x - 1) = x^2(x^2 - 1)$, succesiv rezultă:

$$\begin{aligned} \frac{x^{2-1}}{x^2} + \frac{x^{(x-1)}}{x(x+1)} + \frac{x^{+1}}{x^2(x-1)} &= \frac{x^2 - 1}{x^2(x^2 - 1)} + \frac{x(x-1)}{x^2(x+1)(x-1)} + \frac{x+1}{x^2(x-1)(x+1)} = \\ \frac{x^2 - 1 + x^2 - x + x + 1}{x^2(x^2 - 1)} &= \frac{2x^2}{x^2(x^2 - 1)} = \frac{2}{x^2 - 1}. \end{aligned}$$

$$\text{În concluzie, } \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^2 + x} + \frac{1}{x^3 - x^2} = \frac{2}{x^2 - 1}.$$

$$\text{Rezultă } E(x) = \frac{2}{x^2 - 1} : \frac{1}{x^2 - 1} = \frac{2}{\cancel{x^2 - 1}} \cdot \frac{\cancel{x^2 - 1}}{1} = 2, \text{ pentru mulțimea valorilor lui } x \text{ pentru care } E(x)$$

este definită. $E(x)$ nu este definită pentru valorile lui x pentru care numitorii au valoarea 0. Dar

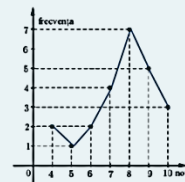
$$x^2 = 0, x^2 + x = 0, x^3 - x^2 = 0 \text{ și } x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow x \in \{-1, 0, 1\}$$

Deci $E(x) = 2$, oricare ar fi $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 0, 1\}$. **Răspuns corect d)**

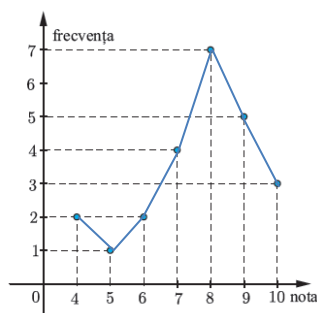
1.6. Rezolvarea subiectului

6. În figura alăturată este reprezentat poligonul frecvențelor notelor obținute de elevii la un test de matematică. Numărul elevilor care au participat la test este egal cu:

- a) 49
- b) 24
- c) 30
- d) 25



Din poligonul frecvențelor notelor obținute de elevii, rezultă notele obținute și frecvența fiecărei note:



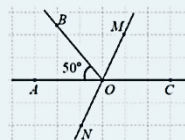
nota	4	5	6	7	8	9	10
frecvența	2	1	2	4	7	5	3

Altfel spus: 2 elevi au obținut nota 4; 1 elev a obținut nota 5 și așa mai departe. Rezultă că numărul elevilor care au participat la test este egal cu: $2 + 1 + 2 + 4 + 7 + 5 + 3 = 24$.

Răspuns corect b).

2.1. Rezolvarea subiectului

1. Fie AOB și COB două unghiuri adiacente suplementare și semidreapta OM bisectoarea unghiului BOC . Dacă $\angle AOB = 50^\circ$ și ON este semidreapta opusă semidreptei OM , atunci:
- a) OB este bisectoarea unghiului AOM
 - b) OA este bisectoarea unghiului BON
 - c) $\angle MOB = 60^\circ$
 - d) $\angle AON = 65^\circ$



Unghiurile AOB și COB sunt două unghiuri adiacente suplementare.

$$\begin{aligned} \Rightarrow \angle AOB + \angle BOC &= 180^\circ \\ 50^\circ + \angle COB &= 180^\circ \\ \angle BOC &= 130^\circ \end{aligned}$$

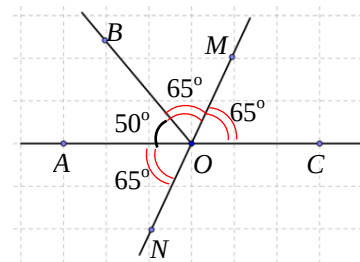
OM este bisectoarea unghiului BOC .

$$\Rightarrow \angle BOM = \angle COM = 65^\circ$$

Unghiurile AON și COM sunt unghiuri opuse la vârf

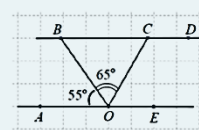
$$\Rightarrow \angle AON = \angle COM = 65^\circ$$

Răspuns corect d)



2.2. Rezolvarea subiectului

2. În figura alăturată se știe că $OA \parallel BC$, $\angle AOB = 55^\circ$, $\angle COB = 65^\circ$. Atunci:
- a) $\angle OBC = 65^\circ$
 - b) $\angle COE = 55^\circ$
 - c) $\angle DCO = 2 \cdot \angle (BCO)$
 - d) $\angle OBC = 65^\circ$



$$\sphericalangle AOC = \sphericalangle AOB + \sphericalangle COB$$

$$\Rightarrow \sphericalangle AOC = 55^\circ + 65^\circ$$

$$\sphericalangle AOC = 120^\circ$$

$OA \parallel BC$, OC secantă și $\sphericalangle AOC = 120^\circ$

$\Rightarrow \sphericalangle DCO \equiv \sphericalangle AOC = 120^\circ$ ([teorema unghiurilor alterne interne](#))

$$\sphericalangle BCO + \sphericalangle DCO = \sphericalangle BCD \text{ (unghi alungit)}$$

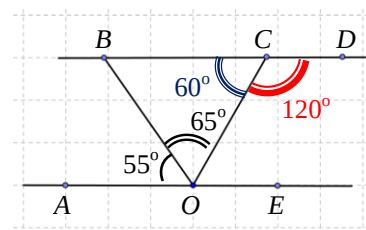
$$\Rightarrow \sphericalangle BCO + \sphericalangle DCO = 180^\circ$$

$$\sphericalangle BCO + 120^\circ = 180^\circ$$

$$\sphericalangle BCO = 60^\circ$$

$$\sphericalangle DCO = 120^\circ \text{ și } \sphericalangle BCO = 60^\circ \Rightarrow \sphericalangle DCO = 2 \cdot (\sphericalangle BCO).$$

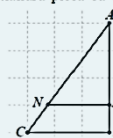
Răspuns corect c)



2.3. Rezolvarea subiectului

3. Figura alăturată reprezintă schematic aleile unui parc. Alexandru pleacă cu trotineta din punctul B și parcurge traseul $A - M - N - C$. Știind că unghiul ABC este drept $AB = 400$ m, $BC = 300$ m, $AM = 75$ m și $MN \parallel BC$ rezultă că lungimea traseului parcurs de Alexandru este:

- a) sub 900 de metri
- b) exact de 900 de metri
- c) exact de 950 de metri
- d) peste 950 de metri



Unghiul ABC este drept, deci $\triangle ABC$ este dreptunghic.

$$\Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2 \text{ (teorema lui Pitagora)}$$

$$AC^2 = 400^2 + 300^2$$

$$AC^2 = 250000$$

$$AC = 500^2$$

$$AC = 500 \text{ m}$$

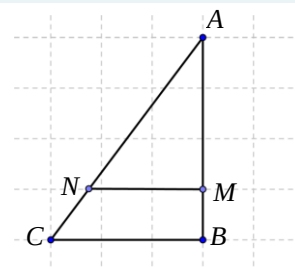
$MN \parallel BC \Rightarrow \triangle AMN \sim \triangle ABC$ ([teorema fundamentală a asemănării](#))

$$\Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} = \frac{AN}{AC}, \text{ adică } \frac{AM}{400} = \frac{225}{300} = \frac{AN}{500} \text{ sau } \frac{AM}{400} = \frac{3}{4} = \frac{AN}{500}$$

$$\text{Din } \frac{AM}{400} = \frac{3}{4} \text{ rezultă } AM = 300 \text{ m, iar din } \frac{3}{4} = \frac{AN}{500} \text{ rezultă } AN = 375 \text{ m}$$

Rezultă că lungimea traseului parcurs de Alexandru este de $300 + 225 + 375 = 900$ de metri:

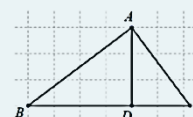
Răspuns corect c)



2.4. Rezolvarea subiectului

4. În figura alăturată $AD \perp BC$. Dacă $AD = 3$ m, $BD = 4$ m și $DC = 2,25$ m atunci:

- a) $\sphericalangle ABD > \sphericalangle CAD$
- b) $\sphericalangle ABD < \sphericalangle CAD$
- c) $\sphericalangle BAC = 90,50^\circ$
- d) $\sphericalangle BAD = \sphericalangle ACD$

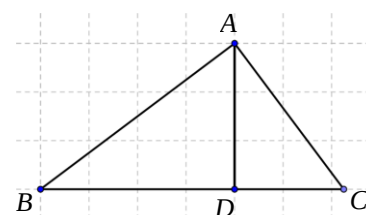


Deoarece $AD \perp BC$, triunghiurile ADC și BDA sunt dreptunghice: $\sphericalangle ADB = \sphericalangle CDA = 90^\circ$

$$\frac{AD}{BD} = \frac{3}{4} \text{ și } \frac{DC}{AD} = \frac{2,25}{3} = \frac{225}{300} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{AD}{BD} = \frac{DC}{AD}$$

$$\left. \begin{array}{l} \sphericalangle CDA = \sphericalangle ADB = 90^\circ \\ \frac{DC}{AD} = \frac{AD}{BD} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BDA \sim \triangle ACD \text{ (LUL)}$$

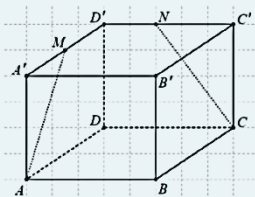
$$\triangle BDA \sim \triangle ACD \Rightarrow \sphericalangle BAD = \sphericalangle ACD. \text{ Răspuns corect d)}$$



2.5. Rezolvarea subiectului

5. Se consideră cubul $ABCD A' B' C' D'$ și punctele: $M \in A'D'$ astfel încât $A'M \equiv MD'$ și $N \in D'C'$ astfel încât $D'N \equiv NC'$. Atunci:
- dreptele AM și CN nu se intersectează
 - dreptele AN și CM nu se intersectează

- notând $AM \cap CN = \{V\}$ și $AN \cap CM = \{P\}$, rezultă că $VMNP$ este o piramidă
- notând $AM \cap CN = \{V\}$ și $AN \cap CM = \{P\}$, rezultă că V, M, N, P sunt puncte coplanare.



MN este linie mijlocie în triunghiul $D'A'C'$

$$\Rightarrow MN \parallel A'C' \text{ și } MN = \frac{1}{2} A'C'$$

Muchile unui cub sunt paralele și congruente, deci $A'A \parallel C'C$ și $A'A \equiv C'C$

$A'A \parallel C'C$ și $A'A \equiv C'C \Rightarrow A'C'CA$ este paralelogram

$A'A \perp (ABCD)$ și $AC \subset (ABCD)$

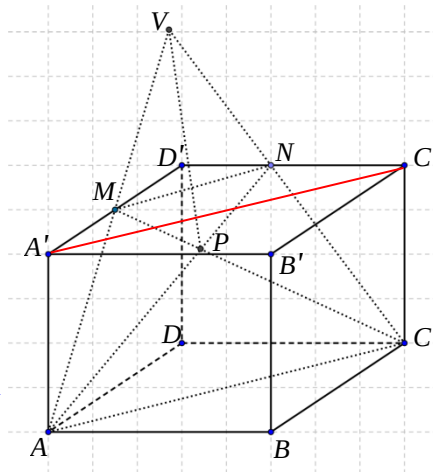
$\Rightarrow A'A \perp AC$, deci $\sphericalangle A'AC$ este unghi drept

$A'C'CA$ paralelogram și $\sphericalangle A'AC = 90^\circ \Rightarrow A'C'CA$ dreptunghi

$\Rightarrow A'C' \parallel AC$ și $A'C' = AC$. De mai sus:

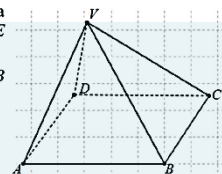
$$\left. \begin{array}{l} MN \parallel A'C' \text{ și } A'C' \parallel AC \\ MN = \frac{1}{2} A'C' \text{ și } A'C' = AC \end{array} \right\} \Rightarrow MN \parallel AC \text{ și } MN \neq AC$$

Deoarece două drepte paralele determină un plan, punctele M, A, C, N sunt coplanare, iar $MACN$ este trapez. Laturile neparalele AN și CM se intersectează în punctul V iar diagonalele trapezului se intersectează în punctul P . **Răspuns corect b)**



2.6. Rezolvarea subiectului

6. Piramida patrulateră regulată $VABCD$, cu baza $ABCD$, are toate muchiile congruente. Fie AE bisectoarea unghiului VAB , $E \in VB$. Dacă $AE = 3\sqrt{2}$ cm, atunci lungimea muchiei AB este egală cu :
- 3 cm
 - 4 cm
 - 5 cm
 - 6 cm



Piramida patrulateră regulată $VABCD$ are toate muchiile congruente. Rezultă că VAB este triunghi echilateral, deci toate unghiurile triunghiului sunt congruente, fiecare unghi având măsura de 60° .

Fie AE bisectoarea unghiului VAB .

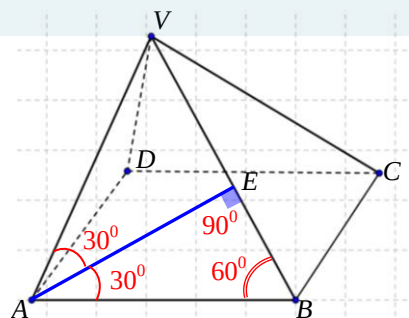
AE bisectoarea unghiului $VAB \Rightarrow \sphericalangle VAE = \sphericalangle BAE = 30^\circ$

Pentru un triunghi echilateral bisectoarea unui unghi este și înălțime ($AE \perp VB$). Rezultă

$$\triangle AEB \text{ dreptunghic și } \sphericalangle BAE = 30^\circ \Rightarrow BE = \frac{AB}{2}$$

Dar $AB^2 = BE^2 + AE^2$ (teorema lui Pitagora). Rezultă $AB^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2 + AE^2$, de unde

$$\frac{3AB^2}{4} = 12 \Rightarrow AB = 4 \text{ cm. Răspuns corect c)}$$



3.1. Rezolvarea subiectului

1. Uzina de Automobile Dacia-Renault a fabricat într-un an, în trei etape, 315000 de automobile. În prima etapă, a fabricat 30% din numărul total de automobile, iar în a doua etapă a fabricat, cu 47250 de automobile mai mult decât în prima etapă.
- (3p) a) Exprimați, în procente, numărul de autoturisme fabricate în a doua etapă.
- (2p) b) Demonstrați că numărul autoturismelor fabricate în a treia etapă este egal cu un sfert din numărul de automobile fabricate în cele trei etape.

a) *Autoturisme fabricate în prima etapă:*

30% din numărul total de automobile, adică

$$30\% \text{ din } 315000 = \frac{30}{100} \cdot 315000 = 30 \cdot 3150 = 94500 \text{ (autoturisme)}$$

Autoturisme fabricate în a doua etapă: $94500 + 47250 = 141750$ (autoturisme)

Exprimăm în procente numărul de autoturisme fabricate în a doua etapă:

$x\%$ din numărul total de automobile.

Rezultă

$$x\% \text{ din } 315000 = 141750, \text{ adică } \frac{x}{100} \cdot 315000 = 141750, \text{ de unde } x = \frac{141750}{3150} = 45. \text{ Deci}$$

procentul numărul de autoturisme fabricate în a doua etapă este egal cu 45%

b) *Autoturisme fabricate în a treia etapă:*

$$315000 - 94500 - 141750 = 78750 \text{ (autoturisme)}$$

Un sfert din numărul de automobile fabricate în cele trei etape este egal cu

$$\frac{1}{4} \text{ din } 315000 = \frac{315000}{4} = 78750 \text{ (autoturisme).}$$

3.2. Rezolvarea subiectului

2. Se consideră expresia algebrică $E(x) = (x-1)\left[(x-1)^2 - (\sqrt{3})^2\right]$.
- (2p) a) Arată că $E(x) = x^3 - 3x^2 + 2$
- (3p) b) Arătați că descompunerea în factori a expresiei algebrice $x^3 - 3x^2 + 2$ este $(x-1)(x-a)(x-b)$, unde $a = 1 - \sqrt{3}$ și $b = 1 + \sqrt{3}$

a) Efectuăm calculele. Deoarece $(\sqrt{3})^2 = 3$ și $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$ rezultă:

$$E(x) = (x-1)\left[(x-1)^2 - (\sqrt{3})^2\right] = (x-1)[(x-1)^2 - 3] = (x-1)(x^2 - 2x - 2).$$

$$\text{Desființând parantezele, rezultă } E(x) = x^3 - 2x^2 - 2x - x^2 + 2x + 2 = x^3 - 3x^2 + 2.$$

b) Deoarece $x^3 - 3x^2 + 2 = E(x)$, rezultă $x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)\left[(x-1)^2 - (\sqrt{3})^2\right]$. Deoarece

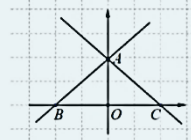
$$(x-1)^2 - (\sqrt{3})^2 = [(x-1) + (\sqrt{3})] \cdot [(x-1) - (\sqrt{3})] \text{ rezultă}$$

$$x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(x-1+\sqrt{3})(x-1-\sqrt{3}) = (x-1)(x-(1-\sqrt{3}))(x-(1+\sqrt{3})). \text{ Deci}$$

$$x^3 - 3x^2 + 2 = (x-1)(x-a)(x-b), \text{ unde } a = 1 - \sqrt{3} \text{ și } b = 1 + \sqrt{3}$$

3.3. Rezolvarea subiectului

3. Reprezentările geometrice ale graficelor funcțiilor $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x + 2$ și $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = -x + 2$, în același sistem de axe ortogonale, sunt cele din figura alăturată.
(2p) a) Aflați numerele naturale n pentru care $f(n) \cdot g(n)$ este număr natural.
(3p) b) Demonstrați că $AB \perp AC$



a) Deoarece $f(n) \cdot g(n) = (2 + n) \cdot (2 - n) = 4 - n^2$, din $f(n) \cdot g(n) \in \mathbb{N}$ rezultă succesiv:

$$4 - n^2 \geq 0 \Rightarrow 4 \geq n^2 \Rightarrow \sqrt{4} \geq \sqrt{n^2}, \text{ de unde } 2 \geq n \text{ și } n \in \mathbb{N} \Rightarrow n \in \{0, 1, 2\}.$$

Reciproc, dacă $n \in \{0, 1, 2\}$ se observă că $f(n) \cdot g(n) \in \mathbb{N}$.

b) Aflăm

punctul de intersecție al graficului funcției f cu axa Oy

$$n = 0 \Rightarrow f(0) = 2 \Rightarrow A(0, 2)$$

punctul de intersecție al graficului funcției g cu axa Oy

$$n = 0 \Rightarrow g(0) = 2 \Rightarrow A(0, 2);$$

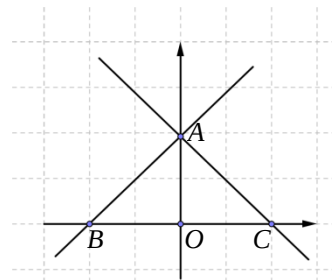
punctul de intersecție al graficului funcției f cu axa Ox :

$$f(x) = 0 \Rightarrow x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow B(-2, 0);$$

punctul de intersecție al graficului funcției g cu axa Ox

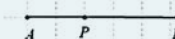
$$g(x) = 0 \Rightarrow -x + 2 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow C(2, 0).$$

Deoarece $A(0, 2)$, $B(-2, 0)$ și $C(2, 0)$ rezultă: $OA = OB = OC = 2$. Rezultă că triunghiurile AOB și BOC sunt dreptunghice isoscele, deci



3.4. Rezolvarea subiectului

4. Pe o bară metalică AB , parte a unei construcții, se amplasează un bec electric într-un punct P . Din rațiuni estetice, punctul P este ales pe segmentul AB astfel încât $\frac{AB}{PB} = \frac{PB}{AP}$.

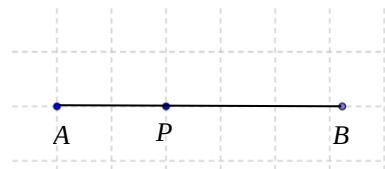


(2p) a) Să se afle valoarea raportului $\frac{PB}{AP}$.

(3p) b) Dacă $AP = 2$ m, să se calculeze lungimea segmentului AP cu aproximație prin adaos la întregi.

a) Notăm $AP = x$ și $PB = y$. Din $\frac{AB}{PB} = \frac{PB}{AP}$ rezultă:

$$\frac{x+y}{y} = \frac{y}{x} \Leftrightarrow \frac{x}{y} + 1 = \frac{y}{x}. \text{ Notând } \frac{y}{x} = t \text{ rezultă } \frac{1}{t} + 1 = t,$$



de unde rezultă ecuația de gradul al doilea $t^2 - t - 1 = 0$, cu soluțiile $t_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{5}}{2}$. Cum $t > 0$

$$\text{rezultă } t = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}, \text{ deci } \frac{PB}{AP} = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}.$$

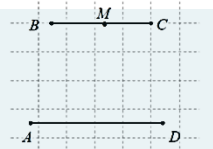
b) Deoarece $AP = 2$ m, rezultă $PB = 1 + \sqrt{5}$ (m). Cum $2 < \sqrt{5} < 3$ rezultă $2 < PB < 4$, deci $PB = 4$ m cu aproximație prin adaos la întregi.

3.5. Rezolvarea subiectului

5. În figura alăturată sunt reprezentate două segmente AD și CB care nu sunt congruente, iar dreptele AD și CB sunt paralele.

(2p) a) Dreptele AB și CD sunt paralele? Justificați răspunsul.

(3p) b) Dacă $BC = CD = 4$ cm, M este mijlocul lui BC , $MA \equiv MD$ și $\angle ADC = 60^\circ$, calculați lungimea segmentului AD .



a) Demonstrăm prin reducere la absurd că dreptele AB și CD nu sunt paralele.

Presupunem că $AB \parallel CD$. Dar

$AD \parallel BC$ și $AB \parallel CD \Rightarrow ABCD$ paralelogram

$ABCD$ paralelogram $\Rightarrow AD \equiv BC$, contradicție cu faptul că segmentele AD și CB nu sunt congruente. Deci presupunerea că $AB \parallel CD$ este falsă. Rezultă că dreptele AB și CD nu sunt paralele.

b) $MA \equiv MD$ (din ipoteză) $\Rightarrow \angle MAD \equiv \angle MDA$

$AB \parallel CD$ și MD secantă $\Rightarrow \angle CMD \equiv \angle MDA$

Analog, $AB \parallel CD$ și AM secantă $\Rightarrow \angle MAD \equiv \angle AMB$

$MB \equiv MC$ (din ipoteză, M este mijlocul lui BC)

$\angle AMB \equiv \angle CMD$ (de mai sus)

$MA \equiv MD$ (din ipoteză)

$\Rightarrow \triangle AMB \equiv \triangle CMD$ (criteriul de congruență LUL)

$\triangle AMB \equiv \triangle CMD \Rightarrow AB = CD$ (definiția triunghiurilor congruente). Dar $BC = CD = 4$ cm (din ipoteză). Rezultă că $AB = BC = CD = 4$.

Construim $CE \perp AB$, $E \in AD$. Din ipoteză $\angle DCE = 30^\circ$

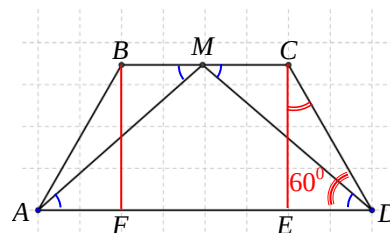
$\triangle ECD$ dreptunghic $\Rightarrow ED = \frac{CD}{2} = 2$ cm (teorema 30-60-90)

Construim $CF \perp AB$, $F \in AD$. Deoarece $CE \perp AB$ și $CF \perp AB$, patrulaterul $BCEF$ este dreptunghi, deci $CE \equiv BF$ și $BC \equiv FE$.

Triunghiurile CED și BFA sunt dreptunghice, iar de mai sus, $AB \equiv CD$ și $CE \equiv BF$. Rezultă $\triangle CED \equiv \triangle BFA$ (criteriul de congruență IC)

$\triangle CED \equiv \triangle BFA \Rightarrow AF \equiv ED$

Atunci $AD = ED + FE + AF = ED + BC + ED = 2 + 4 + 2 = 8$ (cm).

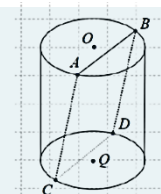


3.6. Rezolvarea subiectului

6. În desenul alăturat este reprezentat un cilindru circular drept, iar AB și CD sunt coarde paralele și congruente.

(2p) a) Demonstrați că $ABCD$ este un dreptunghi.

(2p) b) Se știe că raza bazei cilindrului și coarda AB au lungimi egale cu 12 cm, iar $AD = 24$ cm. Calculați înălțimea cilindrului.



a) În triunghiul isoscel AOB notăm cu M mijlocul laturii AB . Atunci

OM este mediană. Rezultă $OM \perp AB$

Analog, triunghiul CQD este isoscel. Notând cu N mijlocul laturii CD rezultă $QN \perp CD$.

Notăm cu α planul triunghiului AOB și cu β planul triunghiului CQD . Atunci $\alpha \parallel \beta$ (bazele cilindrului sunt situate în plane paralele)

$$\left. \begin{array}{l} OM \perp AB, OM \subset \alpha \text{ și } AB \subset \alpha \\ QN \perp CD, QN \subset \beta \text{ și } CD \subset \beta \\ AB \parallel CD \end{array} \right\} \Rightarrow OM \parallel QN$$

Triunghiurile AOB și CQD sunt congruente ([criteriu de congruență LLL](#)). rezultă $OM \equiv QN$ $OM \equiv QN$ (ca înălțimi în triunghiuri congruente).

[OM \$\parallel\$ QN și OM \$\equiv\$ QN \$\Rightarrow\$ ONQM paralelogram.](#) Notăm cu R intersecția diagonalelor paralelogramului.

$$\left. \begin{array}{l} CD \subset \beta \text{ și } NQ \subset \beta \\ RQ \perp \beta \\ QN \perp CD \end{array} \right\} \Rightarrow RN \perp CD \text{ adică } MN \perp CD \text{ ([teorma celor trei perpendiculare](#))}$$

$MB \equiv NC$ (din congruența triunghiurilor AOB și CQD și din faptul că M este mijlocul laturii AB și N este mijlocul laturii CD)

$MB \parallel NC$, $MB \equiv NC$ și $\sphericalangle MNC = 90^\circ \Rightarrow BMNC$ paralelogram cu un unghi drept $BMNC$.

[BMNC paralelogram cu un unghi drept \$\Rightarrow\$ BMNC dreptunghi.](#)

b) $OB = AB = 12$ cm, iar $AD = 24$ cm

$\triangle OMB$ este dreptunghic, cu $\sphericalangle OMB = 90^\circ$. Rezultă: $OB^2 = OM^2 + MB^2$ (teorema lui Pitagora).

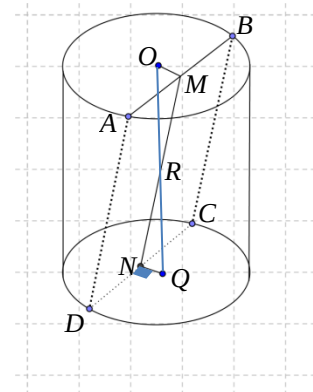
Rezultă $12^2 = OM^2 + 6^2$, de unde $OM^2 = 108$. Triunghiul MOR este dreptunghic, cu $\sphericalangle MOR = 90^\circ$.

Rezultă:

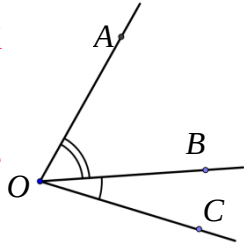
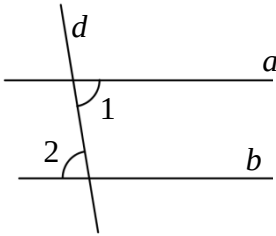
$MR^2 = OM^2 + OR^2$ (teorema lui Pitagora).

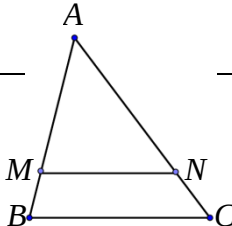
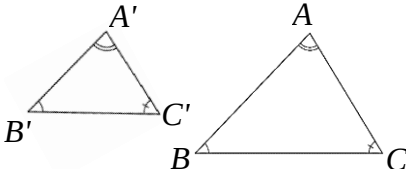
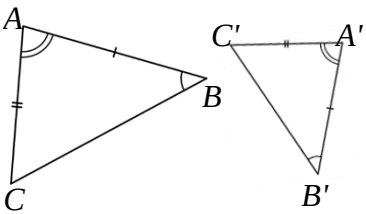
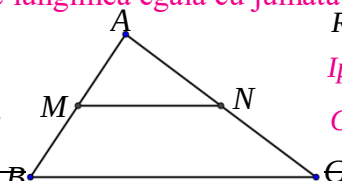
$$ONQM \text{ paralelogram} \Rightarrow MR = \frac{MN}{2} = \frac{AD}{2} = 12 \text{ (cm)} \text{ și } OR = \frac{OQ}{2}$$

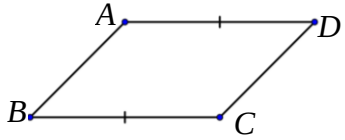
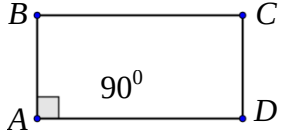
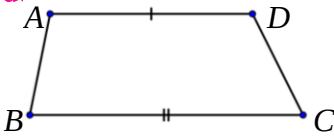
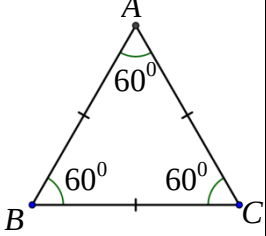
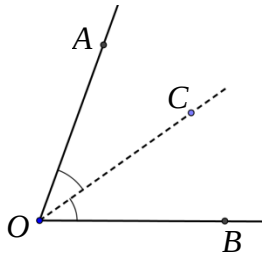
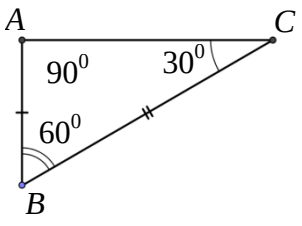
$$\text{Din } MR^2 = OM^2 + OR^2 \text{ rezultă } 12^2 = 108 + \left(\frac{OQ}{2}\right)^2, \text{ de unde } \frac{OQ}{2} = 6 \Rightarrow OQ = 12 \text{ cm.}$$

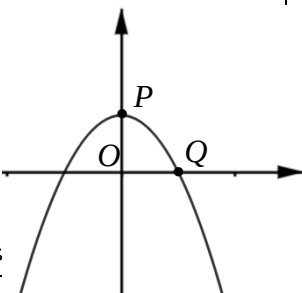
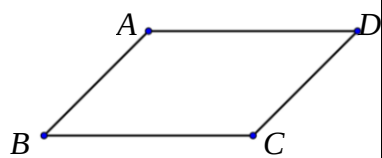
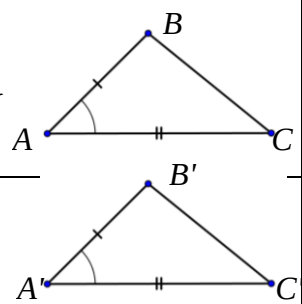
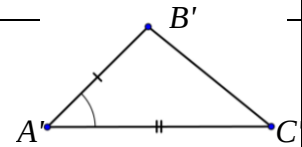


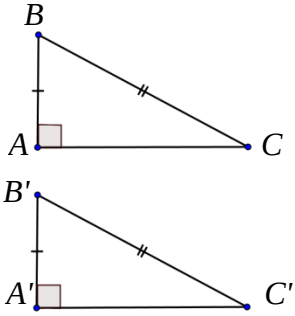
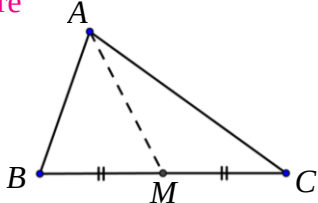
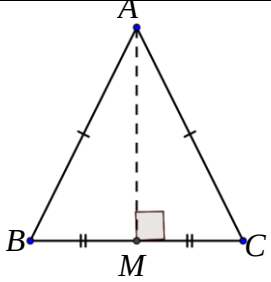
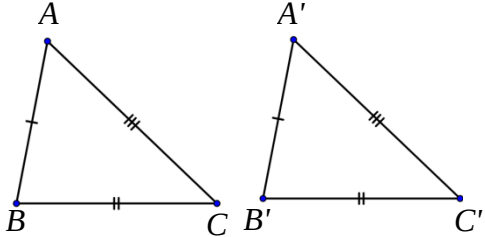
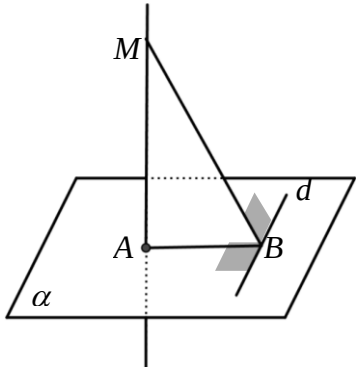
Cunoștințe teoretice folosite la rezolvarea subiectelor

1.	Proprietate a radicalilor $(-\sqrt{a})^2 = (\sqrt{a})^2 = a, \text{ oricare ar fi } a > 0.$
2.	Introducerea unui factor sub radical: $a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}, \text{ oricare ar fi } a > 0 \text{ și } b > 0$
3.	Regulă de comparare a pătratelor două numere pozitive: $0 < a < b \Rightarrow a^2 < b^2$ Revino la rezolvarea subiectului 1.1
4.	Formula de calcul preacurat: $(a - b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
5.	Formulă de calcul preacurat: $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ Revino la rezolvarea subiectului 1.2
6.	Definiția a două ecuații echivalente: Două ecuații, definite pe mulțimea numerelor reale, sunt echivalente dacă au aceeași mulțime de soluții. Revino la rezolvarea subiectului 1.3
7.	Condiția necesară și suficientă ca un element să aparțină produsului cartezian a doua mulțimi: $(x, y) \in A \times B \Leftrightarrow x \in A \text{ și } y \in B$ Revino la rezolvarea subiectului 1.4
8.	Exemplificarea noțiunii de frecvență în statistică: Frecvența notei x este numărul natural y al elevilor care au obținut nota x. Revino la rezolvarea subiectului 1.5 Revino la rezolvarea subiectului 1.6
9.	Definiție. Două unghiuri care au vârful comun, o latură comună și interioarele disjuncte sunt <i>unghiuri adiacente</i>. Deoarece unghiurile AOB și BOC cu o latură comună și interioarele disjuncte (fără puncte comune), ele sunt unghiuri adiacente  Definiție. Două unghiuri care au suma măsurilor egală cu 180° sunt <i>unghiuri suplementare</i>. Revino la rezolvarea subiectului 2.1
10.	Teorema unghiurilor alterne interne . Două drepte paralele determină cu o secantă o pereche de unghiuri alterne interne congruente. Reformularea teoremei: $a \parallel b \text{ și } d \text{ secantă} \Rightarrow \sphericalangle 1 \equiv \sphericalangle 2$  Revino la rezolvarea subiectului 2.2 / 3.5

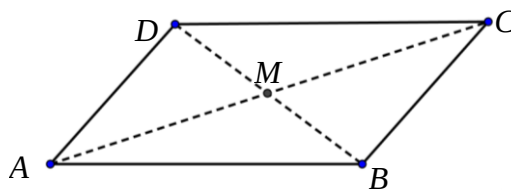
11.	Unghi alungit Un unghi ale cărui laturi sunt semidrepte opuse se numește <i>unghi alungit</i>. Măsura unui unghi alungit este egală cu 180°.  semidreptele AB și AC sunt semidrepte opuse $\sphericalangle BAC$ este unghi alungit $\sphericalangle BAC = 180^\circ$ Revino la rezolvarea subiectului 2.2
12.	Teorema lui Pitagora: Pentru un triunghi dreptunghic, pătratul lungimii ipotenuzei este egal cu suma pătratelor lungimilor catetelor.
13.	Teorema fundamentală a asemănării: O paralelă la una din laturile unui triunghi formează cu celelalte două laturi, sau cu prelungirile lor, un triunghi asemenea cu triunghiul inițial.  Reformularea teoremei: $MN \parallel BC \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle AMN$ Observații 1. Dacă două triunghiuri ABC și $A'B'C'$ sunt triunghiuri asemenea, atunci ele au unghiurile corespunzătoare respectiv congruente și laturile corespunzătoare respectiv proporționale. 1) $\sphericalangle A \equiv \sphericalangle A', \sphericalangle B \equiv \sphericalangle B', \sphericalangle C \equiv \sphericalangle C'$ 2) $\frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CA}{C'A'}$ 2. Dacă două triunghiuri ABC și $A'B'C'$ sunt asemenea, scriem $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$. Revino la rezolvarea subiectului 2.3 
14.	Criteriul de asemănare LUL: Dacă două triunghiuri au o pereche de unghiuri respectiv congruente și laturile care formează aceste unghiuri respectiv proporționale, atunci triunghiurile sunt asemenea.  Ipoteza: $\sphericalangle A \equiv \sphericalangle A'$ și $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$ Concluzia: $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$
15.	Definiția asemănării. Dacă două triunghiuri sunt asemenea, atunci unghiurile au unghiurile respectiv congruente și laturile corespunzătoare lor respectiv proporționale. Revino la rezolvarea subiectului 2.4
16.	Definiția liniei mijlocii: Segmentul care unește mijloacele a două laturi ale unui triunghi se numește linie mijlocie a triunghiului. Teoremă: Linia mijlocie determinată de mijloacele a două laturi ale unui triunghi este paralelă cu a treia latură și are lungimea egală cu jumătate din lungimea acesteia. M mijlocul lui AB N mijlocul lui AC MN linie mijlocie în $\triangle ABC$ Reformularea teoremei Ipoteza: MN linie mijlocie în $\triangle ABC$ Concluzia: $MN \parallel BC$ și $MN = \frac{BC}{2}$ 

17.	Teoremă. Dacă un patrulater are două laturi opuse paralele și congruente, atunci acesta este paralelogram. Reformularea teoremei: $AD \parallel BC$ și $AD \cong BC \Rightarrow ABCD$ paralelogram Revino la rezolvarea subiectului 2.5 
18.	Definiția dreptunghiului. Paralelogramul cu un unghi drept se numește dreptunghi. $ABCD$ paralelogram și $\angle BAD = 90^\circ \Rightarrow ABCD$ dreptunghi 
19.	Teoremă. Dacă un patrulater are două laturi paralele și de lungimi diferite, atunci patrulaterul este trapez. Reformularea teoremei: $AD \parallel BC$ și $AD \neq BC \Rightarrow ABCD$ trapez 
20.	Definiție. Triunghiul echilateral este un triunghi care are toate laturile congruente. Teoremă. Toate unghiurile unui triunghi echilateral sunt congruente, fiecare unghi având măsura de 60°. Reformularea teoremei: $AB = BC = AC \Rightarrow \angle A = \angle B = \angle C = 60^\circ$ Revino la rezolvarea subiectului 2.6 / 3.6 
21.	Definiție. Bisectoarea unui unghi este o dreaptă interioară unghiului, cu originea în vârful unghiului care determină cu laturile acestuia două unghiuri congruente. OC bisectoarea unghiului $AOB \Rightarrow \angle AOC \cong \angle COB$ 
22.	Teorema 30-60-90. Pentru un triunghi dreptunghic cateta care se opune unghiului de 30° de grade are lungimea egală cu jumătate din lungimea ipotenuzei triunghiului dreptunghic Reformularea teoremei: $\triangle ABC$ și $\angle C = 30^\circ \Rightarrow AB = \frac{BC}{2}$ Revino la rezolvarea subiectului 2.6 Revino la rezolvarea subiectului 3.1 / 3.5 
23.	Formulă de calcul prescurtat: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ Revino la rezolvarea subiectului 3.2
24.	Regulă de comparare a radicalilor: $a \geq b \geq 0 \Rightarrow \sqrt{a} \geq \sqrt{b}$ Revino la rezolvarea subiectului 3.3

25.	Punctul de intersecție al graficul unei funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cu axa Oy Mulțimea $G_f = \{(x, y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \mid x \in A \text{ și } y = f(x)\}$ se numește <i>graficul funcției f</i>. Un punct $P(x, y) \in Oy \cap G_f \Leftrightarrow x = 0$ și $y = f(0)$, deci: <i>Punctul de intersecție al graficul unei funcției f cu axa Oy este punctul $P(0, f(0))$</i> Revino la rezolvarea subiectului 3.3	
26.	Punctul de intersecție al graficul funcției $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ cu axa Ox Un punct $Q(x, y) \in Ox \cap G_f \Leftrightarrow x \in A$ și $f(x) = 0$, deci: <i>Orice punct $Q(x, y)$ este un punct de intersecție al graficul unei funcției f cu axa Ox dacă și numai dacă $y = 0$ și x este o soluție a ecuației $f(x) = 0$.</i>	
27.	Ecuția de gradul al doilea Ecuție de forma $ax^2 + bx + c = 0$, unde a, b și c sunt numere reale date, $a \neq 0$, se numește <i>ecuație de gradul al doilea cu necunoscuta x</i>. Numerele a, b și c sunt <i>coeficienții ecuației</i>. $\Delta = b^2 - 4ac$ se numește <i>discriminantul ecuației</i> Dacă $\Delta < 0$ ecuația nu are soluții. În cazul $\Delta \geq 0$, soluțiile ecuației se calculează cu formula $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$. Revino la rezolvarea subiectului 3.4	
28.	Definiția paralelogramului. Paralelogramul este <i>patrulaterul cu două laturile opuse paralele</i>. $AD \parallel BC$ și $AB \parallel CD \Rightarrow ABCD$ paralelogram Revino la rezolvarea subiectului 3.5	
29.	Teoremă. Laturile opuse ale unui paralelogram sunt congruente. Reformularea teoremei: $ABCD$ paralelogram $\Rightarrow AD \equiv BC$ și $AB \equiv CD$	
30.	Criteriul de congruență LUL (latură-unghi-latură). Dacă două triunghiuri au două laturi și unghiul determinat de ele respectiv congruente, atunci triunghiurile sunt congruente. Reformulare: $AB \equiv A'B', \angle A = \angle A' \text{ și } AC \equiv A'C' \Rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$ Revino la rezolvarea subiectului 3.5	
31.	Definiția triunghiurilor congruente. Două triunghiuri ABC și $A'B'C'$ sunt triunghiuri congruente dacă au unghiurile corespunzătoare respectiv congruente și laturile corespunzătoare respectiv congruente. Observație. Conform definiției triunghiurilor congruente $\triangle ABC \equiv \triangle A'B'C' \Rightarrow \begin{cases} \angle A = \angle A', \angle B = \angle B', \angle C = \angle C' \\ AB \equiv A'B', BC \equiv B'C', AC \equiv A'C' \end{cases}$	

	Revino la rezolvarea subiectului 3.5
32.	Revino la rezolvarea subiectului 3.6 Criteriul de congruență IC (potenuză-catetă). Dacă două triunghiuri dreptunghice au congruente ipotenuza și o catetă respectiv congruente, atunci triunghiurile sunt congruente. Reformulare: $\angle A = \angle A' = 90^\circ, AB \equiv A'B', BC \equiv B'C' \Rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$ 
	Revino la rezolvarea subiectului 3.5
33.	Definiția medianei. Mediana unui triunghi este un segment care unește un vârf al triunghiului cu mijlocul laturii opuse. Reformulare: AM este mediană în $\triangle ABC \Leftrightarrow M$ este mijlocul laturii BC sau AM este mediană în $\triangle ABC \Leftrightarrow MB = MC$ 
	Revino la rezolvarea subiectului 3.6
34.	Teoremă. Pentru orice triunghi isoscel mediană corespunzătoare bazei triunghiului este și înălțime. Reformulare: $\triangle ABC$ este isoscel cu baza BC și AM este mediană $\Rightarrow AM$ este înălțime sau $AB = AC$ și $MB = MC \Rightarrow MB \perp MC$ 
	Revino la rezolvarea subiectului 3.6
35.	Criteriul de congruență LLL (latură-latură-latură). Dacă două triunghiuri au laturile respectiv congruente, atunci triunghiurile sunt congruente. Reformulare: $AB \equiv A'B', BC \equiv B'C' \text{ și } AC \equiv A'C' \Rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle A'B'C'$ 
36.	Teorma celor trei perpendiculare:  $MA \perp \alpha, A \in \alpha$ $d \subset \alpha$ $AB \perp d, B \in d$ $\Rightarrow MA \perp d$
	Revino la rezolvarea subiectului 3.6

37. Proprietatea diagonalelor unui paralelogram. Pentru orice paralelogram diagonale se intersectează într-un punct care este mijlocul fiecărei diagonale.



Reformulare:

$ABCD$ paralelogram și $AC \cap BD = \{M\} \Rightarrow$

$$\begin{cases} AM = MC = \frac{AC}{2} \\ BM = MD = \frac{BD}{2} \end{cases}$$

Revino la rezolvarea subiectului 3.6